# EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**PROBA D/F**

***Varianta* ….040**

**Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările**

**Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale**

**NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.**

**La toate subiectele se cer rezolvări complete**

**SUBIECTUL I ( 20p )**

**(4p)** **a)** Să se calculeze distanța dintre punctele $A(-1,0)$ și $B(0,2)$.

**(4p)** **b)** Să se calculeze $\sin 60° + \sin 30°$.

**(4p)** **c)** Să se calculeze aria triunghiului $ABC$ în care $AB = 4$, $BC = 6$ și $m\left(\widehat{ABC}\right) = 60°$.

**(4p)** **d)** Să se calculeze aria totală a unui cub care are volumul egal cu 27.

**(2p)** **e)** Să se verifice dacă dreptele de ecuații $x + y + 1 = 0$ și $3x + 3y + 4 = 0$ sunt paralele.

**(2p)** **f)** Să se calculeze $\cos\left(\widehat{BAC}\right)$, dacă în triunghiul $ABC$ avem $AB = 3$, $AC = 2$ și $BC = \sqrt{7}$.

**SUBIECTUL II ( 30p )**

**1.**

**(3p)** **a)** Să se determine soluțiile reale ale ecuației $|x+1| = 2$.

**(3p)** **b)** Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $\log_2\left(4x^2+1\right) = \log_2 4$.

**(3p)** **c)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{0,1,2,3\}$ să verifice relația $2^n \in \{0,1,2,3\}$.

**(3p)** **d)** Să se determine $a \in \mathbf{R}$ astfel încât valoarea minimă a funcției $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + 4x + a$ să fie egală cu 4.

**(3p)** **e)** Să se determine elementul neutru al legii de compoziție definite pe $[5, \infty)$ prin relația $x * y = \sqrt{x^2 + y^2 - 25}$.

**2.** Se consideră funcția $f : (-2, \infty) \to \mathbf{R}$, $f(x) = \dfrac{x+3}{x+2}$.

**(3p)** **a)** Să se verifice că $f(x) = 1 + \dfrac{1}{x+2}$, $x \in (-2, +\infty)$.

**(3p)** **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (-2, +\infty)$

**(3p)** **c)** Să se arate că funcția $f$ este descrescătoare pe intervalul $(-2, +\infty)$.

**(3p)** **d)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$

**(3p)** **e)** Să se calculeze $\lim_{n\to\infty} f(n)$.

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 1 & 2\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}2 & 2\\ -1 & -1\end{pmatrix}$ şi mulțimea

$M=\{C(x)=xA+B,\ x\in \mathbf{R}\}$

**(4p)** **a)** Să se calculeze determinantul matricei *A*.

**(4p)** **b)** Să se calculeze matricele $A^2$ *şi* $B^2$.

**(4p)** **c)** Să se arate că $A\cdot B=B\cdot A$.

**(2p)** **d)** Să se arate că $C(x)\cdot C(y)=C(y)\cdot C(x)$, oricare ar fi matricele *C(x), C(y)* $\in$ *M*.

**(2p)** **e)** Să se calculeze determinantul matricei $C(x)$, $x\in \mathbf{R}$.

**(2p)** **f)** Să se calculeze matricea $(C(x))^2$, $x\in \mathbf{R}$.

**(2p)** **g)** Utilizând metoda inducției matematice , să se arate că $C^n(x)=C(x^n),\ \forall n\in \mathbf{N}^*,\ \forall x\in \mathbf{R}$.

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcțiile $f_n:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f_n(x)=x(1+x)^n$ , $n\in \mathbf{N}^*$.

**(4p)** **a)** Să se calculeze $f_n'(x), n\in \mathbf{N}^*$ şi $x\in \mathbf{R}$.

**(4p)** **b)** Să se rezolve ecuația $f_2'(x)=0$ , $x\in \mathbf{R}$.

**(4p)** **c)** Să se arate că funcția $f_2(x)$ are un punct de minim local şi un punct de maxim local.

**(2p)** **d)** Să se arate că $f_n(x)\le f_{n+1}(x),\ x\in[0,1],\ n\in \mathbf{N}^*$.

**(2p)** **e)** Să se calculeze $\int_0^1 f_n(x)dx,\ n\in \mathbf{N}^*$.

**(2p)** **f)** Să se arate că $f_n(x)=C_n^0x+C_n^1x^2+C_n^2x^3+...+C_n^nx^{n+1},\ \forall x\in \mathbf{R},\ \forall n\in \mathbf{N}^*$.

**(2p)** **g)** Să se arate că $\dfrac{C_n^0}{2}+\dfrac{C_n^1}{3}+\cdots+\dfrac{C_n^n}{n+2}=\dfrac{n\cdot 2^{n+1}+1}{(n+1)(n+2)}$.